

Elastische und inelastische Streuung schneller Neutronen am deformierten Kern U-238

F. BÜHLER *

Institut für Kernenergetik der Universität Stuttgart **

(Z. Naturforsch. **24 a**, 52–63 [1969]; eingegangen am 21. September 1968)

Die elastische Streuung und inelastische Direktprozesse schneller Neutronen an U-238 werden auf der Grundlage eines deformierten optischen Kernpotentials berechnet. Die Festlegung der Formfaktoren dieses Potentials erfolgt durch Verallgemeinerung des äquivalent lokalen Potentials von PEREY und BUCK¹ unter Hinzufügung einer kugelsymmetrischen Spin-Bahn-Kopplung. Der Zielkern wird mit dem Kollektivmodell beschrieben, und das gekoppelte System von Schrödinger-Gleichungen für die radialen Wellenfunktionen mit dem verallgemeinerten äquivalent lokalen Potential integriert. Daneben erfolgt eine Übertragung der von FRAHN² angegebener Schrödinger-Gleichung in effektiver Massennäherung auf deformierte Zielkerne und eine numerische Lösung dieses Gleichungssystems. Die aus diesen Systemen erhaltenen Wirkungsquerschnitte vergleichen wir mit der DWBA-Methode. Der Einfluß höherer Rotationszustände von U-238 auf die elastische und inelastische Streuung wird betrachtet, der Deformationsparameter aus Coulomb-Anregungsexperimenten abgeschätzt und seine endgültige Größe durch Vergleich der Theorie mit Streuexperimenten ermittelt.

1. Einleitung

Es ist die Aufgabe dieser Arbeit, differentielle Wirkungsquerschnitte für die elastische Streuung und inelastische Direktprozesse schneller Neutronen an U-238 zu ermitteln, wobei die Verknüpfung dieser beiden Streuprozesse berücksichtigt werden soll. Die Berechnungen sollen mit Ansätzen für nichtlokale Kernpotentiale durchgeführt werden, deren Einfluß auf die Streuung von Nukleonen an deformierten Kernen bisher nicht untersucht ist. Diese Untersuchung mit nichtlokalen Wechselwirkungen ist von besonderer Bedeutung, da wir hoffen, dadurch eine Anpassung von Modellparametern des deformierten Potentials zu umgehen.

Die Wirkungsquerschnitte werden zwischen 2,5 MeV und 14,1 MeV Einschußenergie berechnet.

Führt man auf der Grundlage eines kugelsymmetrischen optischen Kernmodells die Berechnung differentieller Wirkungsquerschnitte für schnelle Neutronen im genannten Energiebereich durch, so zeigt es sich, daß die Beugungsminima im theoretischen Querschnitt gegenüber dem Experiment verschoben sind und viel zu tief ausfallen (BJORKLUND

und FERNBACH³, WILMORE und HODGSON⁴, BATCHELOR⁵).

Dies röhrt im wesentlichen für U-238 von drei Ursachen her:

1. Die Deformation des Zielkerns wurde nicht berücksichtigt.
2. Die Experimente, welche zum Vergleich mit der Theorie herangezogen werden, enthalten inelastische Anteile zu den untersten Anregungsniveaus des Zielkerns. Diese inelastischen Querschnitte können jedoch bei den von uns betrachteten Energien nicht mehr aus einem kugelsymmetrischen optischen Potential ermittelt werden.
3. Viele Rechnungen vernachlässigen eine Spin-Bahn-Kopplung im optischen Potential.

Wir wollen daher ein deformiertes optisches Kernpotential mit Spin-Bahn-Kopplung für unsere Rechnungen verwenden. Arbeitet man mit deformierten Potentialen, so steht man vor der Aufgabe der Integration eines Systems von gekoppelten Schrödinger-Gleichungen für den Radialanteil der Wellenfunktion der Reaktionskanäle (CHASE, WILETS und EDMONDS⁶, BUCK⁷). Aus diesem

*jetzt Institut für Strahlenphysik der Universität Stuttgart.

**unter Förderung des Bundesministeriums für wissenschaftliche Forschung.

¹ F. PEREY and B. BUCK, Nucl. Phys. **32**, 353 [1962].

² W. E. FRAHN, Nucl. Phys. **66**, 358 [1965].

³ F. BJORKLUND and S. FERNBACH, UCRL-4927 T [1957].

⁴ D. WILMORE and P. E. HODGSON, Nucl. Phys. **55**, 673 [1964].

⁵ R. BATCHELOR, W. B. GILBOY, and J. H. TOWLE: Nucl. Phys. **65**, 236 [1965].

⁶ D. M. CHASE, L. WILETS, and A. R. EDMONDS, Phys. Rev. **110**, 1080 [1958].

⁷ B. BUCK, Phys. Rev. **130**, 712 [1963].



System gekoppelter Reaktionskanäle können wir nun gleichzeitig elastische Streuprozesse und inelastische Direktprozesse zu den untersten Anregungsniveaus von U-238 berechnen.

Die Integration dieses gekoppelten Gleichungssystems gestaltet sich numerisch sehr aufwendig, besonders da wir nicht auf eine Spin-Bahn-Wechselwirkung verzichten wollen. Wollten wir in diesem System noch die übliche Anpassung der Modellparameter vornehmen, so wäre die gestellte Aufgabe nicht zu bewältigen. Daher haben wir das für kugelsymmetrische Kerne gut untersuchte nichtlokale optische Kernpotential auf unseren Problemkreis übertragen. Sollte sich diese Methode bewähren, so wäre es möglich, ausgedehntere Rechnungen für andere deformierte Kerne vorzunehmen und Voraussagen von Wirkungsquerschnitten zu machen. Wir werden einmal eine Schrödinger-Gleichung mit dem von PEREY und BUCK¹ definierten äquivalent lokalen Potential untersuchen, indem wir dieses Potential auf deformierte Kerne erweitern.

Außerdem wollen wir die sehr genaue effektive Massennäherung von FRAHN² auf deformierte Zielkerne verallgemeinern.

Daneben werden wir die in diesem gekoppelten Gleichungssystem enthaltene Näherung gestörter Wellen (DWBA-Methode) auf ihre Brauchbarkeit für U-238 untersuchen.

Die bisher benutzte Hypothese, daß der elastische Kanal im wesentlichen nur von den inelastischen Kanälen des ersten Anregungsniveaus des g-g-Zielkerns beeinflußt werde, wird von uns nachgeprüft, indem wir in einigen Fällen noch zusätzlich den zweiten Anregungszustand von U-238 in unserem Gleichungssystem zukoppeln. Für einen Spezialfall werden wir auch die Auswirkungen des dritten Anregungszustandes auf die elastische und inelastische Streuung betrachten.

Für die Wirkungsquerschnitte der inelastischen Direktprozesse sind Unterschiede zu erwarten, je nachdem sie aus dem System in effektiver Massennäherung oder aus dem lokalen System mit äquivalent lokalem Potential ermittelt werden.

Den Parameter der Deformation in unserem Potential, wollen wir aus der reduzierten Übergangs-

wahrscheinlichkeit von U-238 abschätzen, seine endgültige Größe werden wir durch Vergleiche mit dem Experiment festlegen. Für die Streuung von Neutronen an U-238 liegen bisher wenige Rechnungen mit gekoppelten Reaktionskanälen vor. In der klassischen Arbeit von CHASE, WILETS und EDMONDS⁶ wird zur Durchführung von Parametersstudien ein vereinfachtes optisches Potential ohne Spin-Bahn-Kopplung benutzt. Differentielle Wirkungsquerschnitte werden für Einschlußenergien $E \leq 2,5$ MeV berechnet. BALDONI und SARIUS⁸ nehmen Anpassungen der Modellparameter für ein optisches Potential ohne Spin-Bahn-Kopplung vor. Ebenfalls unter Anpassung der Parameter des optischen Potentials, ermitteln DUNFORD, REYNOLDS und FENECH⁹ Querschnitte für Einschlußenergien $E \leq 1,25$ MeV.

2. Wechselwirkungspotential

Wie wir aus dem großen inneren Quadrupolmoment (KERMAN¹⁰) entnehmen, besitzt der von uns betrachtete Atomkern U-238, eine permanente Deformation. Die Oberfläche dieses Kerns beschreiben wir daher nach BOHR¹¹ durch

$$R = R_0 (1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda}^{\mu}(\vartheta, \varphi)). \quad (2.1)$$

Gehen wir von dieser Darstellung im raumfesten System, zu einem in die Hauptträgheitsachsen des Kerns gelegten körperfesten System über, so gilt

$$R = R_0 (1 + \sum_{\lambda, \nu} a_{\lambda, \nu} Y_{\lambda}^{\nu}(\vartheta', \varphi')). \quad (2.2)$$

Wir wollen nun weiter annehmen, daß unser Kern ellipsoidal deformiert ist, wobei Rotationssymmetrie um die körperfeste Z'-Achse vorliege. Für den Fall, daß die Deformation durch $\lambda = 2$ (Quadrupoldeformation) alleine darzustellen ist, gelten die Beziehungen:

$$a_{2,2} = a_{2,-2} = a_{2,1} = a_{2,-1} = 0$$

und $a_{2,0} = \beta$, mit den Beziehungen von BOHR¹⁰ und BOHR und MOTTELSON¹². β wollen wir den Deformationsparameter nennen. Nehmen wir an, daß sich die Äquipotentialflächen des Kerns wie seine Oberfläche verhalten, so lautet das Wechselwirkungspotential im körperfesten System:

¹⁰ A. K. KERMAN, Nuclear Reactions I, North-Holland Pub. Comp. — Amsterdam 1959.

¹¹ A. BOHR, Dan. Mat. Fys. Medd. **26**, No. 14 [1952].

¹² A. BOHR and B. R. MOTTELSON, Dan. Mat. Fys. Medd. **27**, No. 16 [1953].

⁸ B. BALDONI and A. M. SARIUS, Nuovo Cim. **33**, 1145 [1964].

⁹ C. L. DUNFORD, J. T. REYNOLDS, and H. FENECH, NAA-SR-MEMO 11456 [1966].

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}') &= V\left(\frac{r}{1 + \beta Y_2^0(\vartheta', \varphi')}\right) \\ &= V(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{n!} \frac{d^n V(r)}{dr^n} \left(\frac{-\beta Y_2^0(\vartheta', \varphi')}{1 + \beta Y_2^0(\vartheta', \varphi')}\right)^n = \sum_{\lambda \text{ (gerade)}} v_{\lambda}(r) \cdot Y_{\lambda}^{0*}(\vartheta', \varphi'). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die Formfaktoren $v_{\lambda}(r)$ bestimmen wir aus den Orthogonalitätsrelationen der Kugelflächenfunktionen. Vernachlässigen wir in (2.3) Glieder mit Deformationsparameter $\geq \beta^2$, so erhalten wir die Formfaktoren:

$$v_0(r) = \sqrt{4\pi} V(r), \quad v_2(r) = -\beta \cdot r \cdot \frac{dV(r)}{dr}. \quad (2.4)$$

Der Einfluß der Glieder mit $\geq \beta^2$ auf den Streuquerschnitt wurde von uns untersucht und wir haben gefunden, daß sie zu vernachlässigen sind (BÜHLER¹³).

Unsere bisherigen Betrachtungen bezogen sich auf das körperfeste System. Für das raumfeste System folgt aus (2.3) der Potentialausdruck:

$$V(\mathbf{r}, \zeta) = \sum_{\lambda, \nu} v_{\lambda}(r) D_{\nu 0}^{\lambda}(\zeta) Y_{\lambda}^{*\nu}(\vartheta, \varphi). \quad (2.5)$$

ζ steht für die Eulerschen Winkel, welche die Orientierung unseres Kerns gegenüber dem raumfesten System festlegen. $D_{\nu 0}(\zeta)$ ist ein Glied der Rotationsmatrix (HECHT¹⁴).

Wir wollen nun die Formfaktoren des Wechselwirkungspotentials (2.5) durch das von PEREY und BUCK¹ vorgeschlagene äquivalent lokale optische Potential festlegen, wobei wir dieses Potential in Anlehnung an WILMORE und HODGSON⁴ darstellen in der Form:

$$\begin{aligned} V_L(r, \mathbf{s}, E) &= \frac{-V_0(E)}{1 + \exp\{(r - R_W)/a_W\}} - i W_0(E) \frac{4 \exp\{(r - R_W)/a_W\}}{(1 + \exp\{(r - R_W)/a_W\})^2} \\ &\quad + V_{SB}(E) \left(\frac{\hbar}{\mu_0 c}\right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + \exp\{(r - R_V)/a_V\}}\right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

μ_0 ist die Masse des π^0 -Mesons, c die Lichtgeschwindigkeit, $\mathbf{s} = \hbar/2 \boldsymbol{\sigma}$ der Spinvektor des Geschosses und $V_{SB}(E)$ die Stärke der Spin-Bahn-Kopplung.

Setzen wir nun (2.6) in (2.5) ein, so erhalten wir für den Fall $\lambda = 0; 2$:

$$V_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E) = V_L(r, \mathbf{s}, E) - \beta r \frac{\partial V_L(r, E)}{\partial r} \sum_{\nu} D_{\nu 0}^2(\zeta) Y_2^{*\nu}(\vartheta, \varphi). \quad (2.7)$$

$V_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E)$ wollen wir im folgenden als „verallgemeinertes äquivalent lokales Potential“ bezeichnen. Unser Potential (2.7) setzt sich aus einem kugelsymmetrischen und einem anisotropen Anteil zusammen. Der isotrope Anteil ist das übliche komplexe Potential mit Spin-Bahn-Kopplung. Der anisotrope Potentialteil führt zu inelastischen Direktprozessen. In unserem Modell wird der Kern zu Rotationen angeregt. Benutzen wir für den anisotropen Anteil nur $\lambda = 2$, so können nur Quadrupolübergänge des Zielkerns erfolgen. Untersuchungen mit $\lambda = 4$ (Hexadekapolanregungen) zeigen, daß diese höheren Multipolübergänge gegenüber den Quadrupolübergängen zu vernachlässigen sind (BÜHLER¹³).

In (2.7) haben wir nur zum isotropen Anteil eine Spin-Bahn-Wechselwirkung hinzugefügt. Da wir keine Polarisationsrechnungen durchführen wollen, glauben wir diese Näherung rechtfertigen zu können. Den imaginären Anteil im anisotropen Potential haben BUCK⁷ und BALDONI und SARIUS⁸ ohne nähere Untersuchung vernachlässigt. Wir haben seinen Einfluß auf die Streuquerschnitte untersucht und glauben ebenfalls an Hand der Ergebnisse, daß dieser imaginäre Potentialanteil zu vernachlässigen ist.

¹³ F. BÜHLER, Dissertation Universität Stuttgart 1967.

¹⁴ K. T. HECHT, Selected Topics in Nuclear Spectroscopy [1963]; North-Holland Pub. Comp., Amsterdam 1964.

3. Gekoppelte Schrödinger-Gleichungen mit nichtlokalen Potentialen

3.1. Gleichungssystem mit verallgemeinertem äquivalent lokalem Potential

Wie bereits in Abschnitt 2 ausgeführt, führt der anisotrope Anteil des Wechselwirkungspotentials zu Rotationsanregungen des Zielkerns. Demnach schreiben wir die Schrödinger-Gleichung in der Form:

$$(H_{\text{rot}}(\zeta) + T_0(\mathbf{r}) + V_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E)) \psi(\mathbf{r}, \zeta) \equiv E \varphi(\mathbf{r}, \zeta). \quad (3.1)$$

$H_{\text{rot}}(\zeta)$ ist der Hamilton-Operator des Zielkerns, $T_0(\mathbf{r})$ ist der Operator der kinetischen Energie der Relativbewegung mit dem Ortsvektor \mathbf{r} .

Da bei unserem Streuproblem nur die Parität Π , der Gesamtdrehimpuls J und dessen z -Komponente Σ , Konstanten der Bewegung sind, werden wir unsere Gesamtwellenfunktion folgendermaßen darstellen:

$$\psi(\mathbf{r}, \zeta) = \sum_{J, \Sigma, \Pi} c_J^{\Sigma \Pi} \psi_J^{\Sigma \Pi}(\mathbf{r}, \zeta). \quad (3.2)$$

Wir gehen davon aus, daß sich $\psi_J^{\Sigma \Pi}(\mathbf{r}, \zeta)$, für jeden Eingangskanal als eine Überlagerung von elastischen und inelastischen Streuzuständen schreiben läßt:

$$\begin{aligned} \psi_J^{\Sigma \Pi}(\mathbf{r}, \zeta) &= \frac{f_{IIj}^{\pi}(r)}{r} \Phi_{IIj}^{I\Sigma\Pi}(\vartheta, \varphi, \zeta) \\ &\quad + \sum_{I'V'j'} \frac{f_{I'V'j'}^{\pi}(r)}{r} \Phi_{I'V'j'}^{I\Sigma\Pi}(\vartheta, \varphi, \zeta). \end{aligned} \quad (3.3)$$

I ist der Kernspin, l der Bahndrehimpuls und j der Gesamtteilchendrehimpuls (Summe aus Bahndrehimpuls und Geschoßbeigendrehimpuls).

$\Phi_{IIj}^{I\Sigma\Pi}(\vartheta, \varphi, \zeta)$ ist eine Funktion der Kernkoordinaten ζ (Eulersche Winkel) und der Winkelanteile (ϑ, φ) des Ortsvektors \mathbf{r} . Diese Funktion werden wir nach dem folgenden Kopplungsschema der Drehimpulse aufbauen:

1. Der Bahndrehimpuls \mathbf{l} der Relativbewegung werde mit dem Geschoßspin \mathbf{s} zu \mathbf{j} gekoppelt.
2. Der Gesamtteilchenspin \mathbf{j} wollen wir mit dem Kernspin \mathbf{I} zum Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} koppeln.

Bezeichnen wir die Spinfunktion des Geschoßteilchens mit χ_s^σ , die Kugelflächenfunktion der Bahnbewegung mit $Y_l^m(\vartheta, \varphi)$, die Kerneigenfunktion mit $\varphi_I^M(\zeta)$, so folgt nach obigem Kopplungsschema:

$$\Phi_{IIj}^{I\Sigma\Pi}(\vartheta, \varphi, \zeta) = \sum_{m, \sigma, M, \mu} c(slj; \sigma m \mu) c(j I J; \mu M \Sigma) \cdot i^l Y_l^m(\vartheta, \varphi) \chi_s^\sigma \varphi_I^M(\zeta). \quad (3.4)$$

$m, \sigma, \mu, M, \Sigma$ stehen für die magnetischen Quantenzahlen zu l, s, j, I und J .

Da U-238 für die untersten Anregungszustände eine typische Rotationsstruktur besitzt und sich die Energieniveaus in guter Näherung durch

$$\varepsilon_I = A I(I+1) \quad (3.5)$$

errechnen lassen, nehmen die Eigenfunktionen des Kern-Hamiltonoperators die Form an (HECHT¹⁴):

$$\varphi_I^M(\zeta) = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{M0}^I(\zeta). \quad (3.6)$$

Führen wir in Gl. (3.1) die Wellenfunktion (3.3) ein, multiplizieren unsere Gleichung von links mit $\Phi_{I'V'j'}^{I\Sigma\Pi*}(\vartheta, \varphi, \zeta)$ und integrieren über den Winkelanteil des Ortsraums, den Spinraum und die Kernkoordinaten auf, so erhalten wir für die Radialfunktionen der Reaktionskanäle das folgende gekoppelte System von Schrödinger-Gleichungen:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l'(l'+1)}{r^2} \right) f_{I'V'j'}^{I\Pi}(r) - \frac{2m_0}{\hbar^2} \sum_{IIj} \langle \Phi_{I'V'j'}^{I\Sigma\Pi} | V_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E) | \Phi_{IIj}^{I\Sigma\Pi} \rangle f_{IIj}^{I\Pi}(r) = \frac{2m_0}{\hbar^2} (\varepsilon_{I'} - E) f_{I'V'j'}^{I\Pi}(r); \quad (3.7)$$

m_0 ist die reduzierte Masse des Systems.

Unter Benutzung des üblichen Racah-Koeffizienten (ROSE¹⁵), können wir das in Gl. (3.7) auftretende Matrixelement in der Form schreiben:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{I'V'j'}^{I\Sigma\Pi} | V_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E) | \Phi_{IIj}^{I\Sigma\Pi} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} v_0^L(r, \mathbf{s}, E) \delta_{II'} \delta_{jj'} \delta_{ll'} \\ &\quad + \sum_{\lambda \neq 0} v_\lambda^L(r, E) i^{l-l'} (-1)^{j+j'} (-1)^{J+I+S} \sqrt{\frac{(2l+1)(2l'+1)}{4\pi}} \frac{(2I+1)(2j+1)(2j'+1)}{4\pi} \\ &\quad \cdot c(I \lambda I'; 000) c(l l' \lambda; 000) W(l' j' l j; s \lambda) W(j I j' I'; J \lambda). \end{aligned} \quad (3.8)$$

¹⁵ M. E. Rose, Elementary Theory of Angular Momentum, John Wiley Inc., New York 1957.

Das System (3.7) enthält als Näherung die Distorted Wave Born Approximation (DWBA-Methode). Hierbei wird angenommen, daß der elastische Kanal den überwiegenden Anteil an der Wellenfunktion ausmacht. Kennt man diese Wellenfunktion aus der gewöhnlichen Schrödinger-Gleichung mit kugelsymmetrischen optischem Potential, so kann man aus den übrigen Gleichungen die Wellenfunktionen der inelastischen Kanäle berechnen, wobei nur eine Kopplung mit dem elastischen Kanal angenommen wird. Ausgehend von diesem eben beschriebenen System haben wir unsere DWBA-Rechnungen durchgeführt.

3.2. Gleichungssysteme in effektiver Massennäherung

In diesem Abschnitt wollen wir die bei FRAHN² angegebene effektive Massengleichung auf deformierte Kerne übertragen. Hierzu müssen wir beachten, daß die effektive Masse von nichtlokalen Effekten herührt, die Spin-Bahn-Wechselwirkung jedoch rein lokal angesetzt wurde. Wir werden daher in die effektive Masse unser verallgemeinertes äquivalent lokales Potential ohne Spin-Bahn-Kopplung einführen, wobei wir dieses Potential mit $\hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E)$ bezeichnen wollen. Die Spin-Bahn-Kopplung werden wir wie in Gl. (3.1) als lokales Potential hinzufügen. Wir erhalten demnach die folgende Schrödinger-Gleichung in effektiver Massennäherung:

$$H_{\text{rot}}(\zeta) \psi(\mathbf{r}, \zeta) - \frac{\hbar^2}{8} \left[\Delta \frac{1}{M(\mathbf{r}, \zeta, E)} + \nabla \cdot \frac{2}{M(\mathbf{r}, \zeta, E)} \nabla + \frac{1}{M(\mathbf{r}, \zeta, E)} \Delta \right] \psi(\mathbf{r}, \zeta) + \left(1 + \frac{a^2}{4} \kappa^2 \right) \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E) \psi(\mathbf{r}, \zeta) + (V_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E) - \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E)) \psi(\mathbf{r}, \zeta) = E \psi(\mathbf{r}, \zeta) \quad (3.9)$$

mit einer effektiven Masse

$$M(\mathbf{r}, \zeta, E) = m_0 \left[1 - \frac{a^2 m_0}{2 \hbar^2} \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E) \right]^{-1} \quad (3.10)$$

und

$$\kappa^2 = \frac{2 m_0}{\hbar^2} [E - \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E)]. \quad (3.11)$$

a ist derselbe Nichtlokalitätsparameter, wie er in der Arbeit von FRAHN² benutzt wurde. Die Schrödinger-Gleichung (3.9) können wir umschreiben in:

$$\begin{aligned} \Delta \psi(\mathbf{r}, \zeta) - \frac{a^2 m_0}{2 \hbar^2} & [(\nabla \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E)) (\nabla \psi(\mathbf{r}, \zeta)) + \frac{1}{4} (\Delta \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E)) \psi(\mathbf{r}, \zeta) + \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E) \Delta \psi(\mathbf{r}, \zeta)] \\ & - \frac{2 m_0}{\hbar^2} [\hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E) \psi(\mathbf{r}, \zeta) + \frac{1}{4} a^2 \kappa^2 \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E) \psi(\mathbf{r}, \zeta) + (\hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, \mathbf{s}, E) - V_A(\mathbf{r}, \zeta, E)) \psi(\mathbf{r}, \zeta)] \\ & = \frac{2 m_0}{\hbar^2} [H_{\text{rot}}(\zeta) \psi(\mathbf{r}, \zeta) - E \psi(\mathbf{r}, \zeta)]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Wir wollen nun genauso wie in Abschnitt 3.1 das gekoppelte Gleichungssystem aufstellen, wobei wir die Wellenfunktion der Form (3.3) benutzen wollen. Zur übersichtlicheren Gestaltung des komplizierten Gleichungssystems werden wir die folgenden Abkürzungen einführen:

$$A = \frac{a^2 m_0}{2 \hbar^2} \quad (3.13)$$

$$V_S \equiv V_S(r, E) = V_{SB} \left(\frac{\hbar}{\mu_0 c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + \exp \{(r - R_V)/a_V\}} \right) [j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}] \quad (3.14)$$

$$\langle \Phi_{I' I'' j'}^{I \Sigma II'} | \hat{V}_A(\mathbf{r}, \zeta, E) | \Phi_{II}^{I \Sigma II} \rangle = [V_1 + i W_1] \delta_{II'} \delta_{jj'} \delta_{I'I''} + v_2^L G_{I' I'' j'; II}^{I \Sigma II} \quad (3.15)$$

$$\text{mit } V_1 \equiv V_1(r, E) = \frac{-V_0(E)}{1 + \exp \{(r - R_W)/a_W\}}, \quad (3.16)$$

$$W_1 \equiv W_1(r, E) = -4 V_0(E) \cdot \frac{\exp \{(r - R_W)/a_W\}}{(1 + \exp \{(r - R_W)/a_W\})^2}, \quad (3.17)$$

$$v_2^L \equiv v_2^L(r, E) = -\beta r \frac{\partial V_1(r, E)}{\partial r}, \quad (3.18)$$

$$G_{I' l' j'; IIj}^{III} = (-1)^{j+j'+J+I+1/2} i^{l-l'} \cdot \sqrt{\frac{(2l+1)(2I+1)(2j+1)(2j'+1)(2l'+1)}{4\pi}} \quad (3.19) \\ \cdot c(I 2 I'; 000) c(l l' 2; 000) \cdot W(l' j' l j; \frac{1}{2} 2) W(j I j' I'; J 2).$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung (BÜHLER¹⁶):

$$\int Y_{l_1}^{m_1*}(\vartheta, \varphi) \left(\frac{\partial Y_{l_2}^{m_2}(\vartheta, \varphi)}{\partial \vartheta} \frac{\partial Y_{l_3}^{m_3}(\vartheta, \varphi)}{\partial \vartheta} - \frac{m_2 m_3}{\sin^2 \vartheta} Y_{l_2}^{m_2}(\vartheta, \varphi) Y_{l_3}^{m_3}(\vartheta, \varphi) \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (3.20) \\ = -\frac{1}{2} [l_1(l_1+1) - l_2(l_2+1) - l_3(l_3+1)] \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_3+1)}{4\pi(2l_1+1)}} c(l_3 l_2 l_1; m_3 m_2 m_1) \cdot c(l_3 l_2 l_1; 000)$$

erhalten wir aus Gl. (3.9), mit den Abkürzungen (3.13)–(3.19) für den radialen Anteil der Wellenfunktion nach einigen Umrechnungen das gekoppelte System von Schrödinger-Gleichungen in effektiver Massennäherung:

$$\sum_{IIj} \left\{ [(1 - A \cdot (V_1 + i W_1)) \delta_{II'} \delta_{jj'} \delta_{ll'} - A \cdot G_{I' l' j'; IIj}^{III} v_2^L] f_{IIj}^{III''}(r) \right. \\ + [-A(V_1' + i W_1') \delta_{II'} \delta_{jj'} \delta_{ll'} - A \cdot G_{I' l' j'; IIj}^{III'} v_2^{L'}] f_{IIj}^{III'}(r) \\ + \left[\left(\frac{A(V_1' + i W_1')}{2r} - \frac{l(l+1)(1 - A V_1 - i A W_1)}{r^2} - \frac{2m_0}{\hbar^2} (V_1 + A E V_1 \right. \right. \\ \left. \left. - A(V_1^2 - W_1^2) + i(W_1 + A E W_1 - 2 A V_1 W_1) + V_S \right) - \frac{2m_0}{\hbar^2} (\varepsilon_I - E) \right. \\ \left. - \frac{A(V_1'' + i W_1'')}{4} \right) \delta_{II'} \delta_{jj'} \delta_{ll'} - A G_{I' l' j'; IIj}^{III} \left(\frac{v_2^{L''}}{4} - \frac{v_2^{L'}}{2r} + \frac{v_2^L(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}l(l+1) - \frac{1}{2}l'(l'+1))}{r^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{2m_0}{\hbar^2} G_{I' l' j'; IIj}^{III} (v_2^L + A E v_2^L - 2i A W_1 v_2^L - 2A v_2^L V_1) \right] f_{IIj}^{III}(r) \right\} = 0. \quad (3.21)$$

Striche an den Potentialen und Wellenfunktionen bedeuten Ableitungen nach r . Die Tripel $I l j$ und $I' l' j'$ laufen über sämtliche elastischen und inelastischen Kanäle.

Das Gleichungssystem (3.21) wurde von uns numerisch integriert und die hieraus ermittelten Querschnitte mit den Ergebnissen aus System (3.7) verglichen.

3.3. Anzahl der gekoppelten Schrödinger-Gleichungen

Wollten wir die gekoppelten Systeme (3.7) bzw. (3.21) exakt lösen, so müßten wir die gesamten Kerneigenzustände berücksichtigen. Dies ist jedoch unmöglich, da nur eine beschränkte Anzahl von gekoppelten Schrödinger-Gleichungen numerisch zu bewältigen ist. Wir sind daher genötigt, uns auf einige wichtige Reaktionskanäle zu beschränken (Tamm-Dancoff-Methode).

In den bisherigen Arbeiten (BUCK⁷, BALDONI und SARIUS⁸), wurde stets die Hypothese zugrundegelegt, daß nur die beiden untersten Niveaus, mit dem Spin $I = 0^+$ und $I = 2^+$, der g–g-Kerne, für die Wirkungsquerschnitte eine Rolle spielen. CHASE, WILETS und EDMONDS⁶ haben noch den nächst höheren Zustand mit $I = 4^+$ berücksichtigt, jedoch benutzten diese Autoren ein sehr vereinfachtes optisches Potential ohne Spin-Bahn-Kopplung.

Außerdem haben sie nur für Energien bis 2,5 MeV differentielle Querschnitte berechnet. Wir haben diese Situation näher untersucht und gefunden, daß bei Zukopplung des $I = 4^+$ Niveaus (zum 0^+ - und 2^+ -Niveau), große Effekte in den Querschnitten der inelastischen Streuung zum 2^+ -Niveau auftreten. Die vorhandenen Experimente für elastische Streuung sind mit Energieunschärfen behaftet, welche die energetische Lage des 0^+ , 2^+ und 4^+ -Niveaus umfaßt. Unsere Rechnungen zeigen jedoch, daß die Summe der inelastischen Querschnitte zum 2^+ - und 4^+ -Niveau ($\sigma_n^{2+} + \sigma_n^{4+}$), die aus der Kopplung $I = 0^+, 2^+, 4^+$ folgen, zu etwa demselben Querschnitt führt, wie der Querschnitt aus der Kopplung $I = 0^+, 2^+$. Wegen der Energieunschärfe des Experiments scheint uns daher die Hypothese — solange wir nur mit dem experimentellen elastischen Querschnitt vergleichen — gerechtfertigt, daß nur der 2^+ -Zustand stark mit dem Grundzustand gekoppelt ist.

Führt man jedoch Rechnungen zu den genaueren Protonenexperimenten durch, für welche Direkt-

¹⁶ F. BÜHLER u. F. SCHMIDT, BMwF-FB K 67-90 [1967].

prozesse zu messen sind, so ist die übliche Hypothese sicherlich unhaltbar. Ob noch höher liegende Niveaus, speziell $I = 6^+$, den Querschnitt wesentlich beeinflussen, bleibt zunächst unbestimmt. Wir wollen jedoch in Abschnitt 4.3 hierzu einige Betrachtungen durchführen, indem wir das gekoppelte System ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung betrachten. Wir können hierdurch die Rechenzeit zwar wesentlich reduzieren, glauben jedoch, daß zur Berechnung differentieller Wirkungsquerschnitte diese Wechselwirkung nicht weggelassen werden darf.

Gestützt auf die vorherigen Betrachtungen und die Ergebnisse von Abschnitt 4.3 haben wir für die meisten Rechnungen nur die Niveaus mit $I = 0^+, 2^+$ zusammengekoppelt.

Bei bestimmtem Eingangskanal (Ilj), bestimmen sich die Teilchengesamtdrehimpulse j' der inelastischen Ausgangskanäle ($I'l'j'$) nach:

$$|J - I| \leq j' \leq J + I. \quad (4.6)$$

l' wird durch die Paritätserhaltung festgelegt. Besteht sich der Ziulkern vor der Reaktion in einem Zustand mit $I = 0^+$, so erhalten wir unter alleiniger Beachtung des ersten angeregten Zustands ($I = 2^+$), maximal 12 reelle gekoppelte Schrödinger-Gleichungen. Koppeln wir noch zusätzlich den zweiten Anregungszustand ($I = 4^+$) hinzu, so müßten wir bereits 30 reelle gekoppelte Gleichungen integrieren. Allgemein können wir die Zahl der gekoppelten reellen Schrödinger-Gleichungen Z ermitteln aus:

$$Z = 2 \cdot \sum_{I=0}^{I_{\max}} (2I + 1) \quad \text{für } I < J. \quad (4.7)$$

Falls $I > J$ ist, wird Z kleiner als dieser Maximalwert und ist aus der Beziehung (4.6) zu errechnen.

Bei der DWBA-Methode liegt ein Spezialfall vor. Hier ist der elastische Kanal vollständig von den inelastischen Kanälen entkoppelt. Jeder inelastische Kanal ist hingegen nur mit dem elastischen Kanal verkoppelt.

4. Numerische Ergebnisse für U-238

4.1. Parameter des äquivalent lokalen Potentials

Im 2. Abschnitt haben wir beschrieben, wie aus dem kugelsymmetrischen optischen Potential, ein deformiertes Potential aufzubauen ist. Wir haben gesehen, daß die Parameter des äquivalent lokalen Potentials in dieses verallgemeinerte Potential eingehen.

Die Gleichung für das äquivalent lokale optische Potential von PEREY und BUCK¹ wurde von uns iterativ gelöst und durch den Potentialausdruck (2.6) approximiert. Hierzu haben wir die Daten des nicht-lokalen Potentials von PEREY und BUCK benutzt. Wir mußten diesen Iterations- und Approximationsprozeß durchführen, da die Arbeit von WILMORE und HODGSON⁴ offensichtlich Fehler enthält.

In Tab. 1 führen wir die von uns ermittelten Parameter auf.

E [MeV]	2,5	4,1	7,0	14,1
V_0 [MeV]	46,430	45,972	45,150	43,180
W_0 [MeV]	9,426	9,340	9,180	8,800
R_V [fm]	7,835	7,835	7,835	7,835
R_W [fm]	7,682	7,682	7,680	7,674
V_{SB} [MeV]	9,300	8,980	8,525	8,200
a_V [fm]	0,656	0,656	0,656	0,656
a_W [fm]	0,480	0,480	0,480	0,480

Tab. 1. Parameter des äquivalent lokalen Potentials.

4.2. Deformationsparameter des Potentials

Wir haben im 2. Abschnitt gesehen, daß als einziger Parameter, der in unserer Theorie anzupassen ist, der Deformationsparameter β verbleibt.

Eine Abschätzung der Größenordnung von β können wir aus dem inneren Quadrupolmoment von U-238 erhalten. Aus Messungen der Coulomb-Anregung findet man für das innere Quadrupolmoment $Q_0 = 11 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ (KERMAN¹⁰). Dieses innere Quadrupolmoment bezieht sich auf körperfeste Koordinaten. Zwischen der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeit für Quadrupolübergänge (ALDER, BOHR, HUUS, MOTTELSON und WINTHER¹⁷) und dem inneren Quadrupolmoment besteht die Relation:

$$B(E 2; 0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2. \quad (4.1)$$

Die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit kann aus Coulomb-Anregungen gemessen werden. Aus (4.1) wird Q_0 ermittelt, welches mit β durch die Beziehung verknüpft ist:

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5}\pi} Z R_V^2 \beta (1 + 0,36\beta + \dots). \quad (4.2)$$

R_V ist der Kernradius, Z die Ladungszahl des zugehörigen Atomkerns.

¹⁷ K. ALDER, A. BOHR, T. HUUS, E. MOTTELSON u. A. WINTHER, Rev. Mod. Phys. **28**, 432 [1956].

Aus (4.2) finden wir mit unserem Radius (Tab. 1) und dem angegebenen inneren Quadrupolmoment für U-238

$$\beta = 0,237.$$

Dieser Zahlenwert sollte nur als eine Abschätzung angesehen werden, da bei der Herleitung der Gl. (4.2) die sehr vereinfachten Annahmen des Kollektivmodells benutzt wurden. Außerdem wird angenommen, daß die Ladung des Kerns gleichförmig verteilt ist und die scharfe Oberfläche durch den mittleren Radius R_V zu beschreiben ist.

Neben den Näherungen, die zur Herleitung von (4.2) benutzt wurden, stecken in unserem deformierten Potential noch weitere Näherungen. Wir werden daher nicht erwarten dürfen, daß der errechnete Deformationsparameter gerade für die Berechnung unserer Wirkungsquerschnitte geeignet ist. Um endgültige Aufschlüsse über die Größe von β zu erhalten, haben wir eine Variation dieses Parameters bei einer Einschußenergie von 2,5 MeV vorgenommen.

Man sollte erwarten, daß die Festlegung von β bei einer Einschußenergie genügt, um bei allen

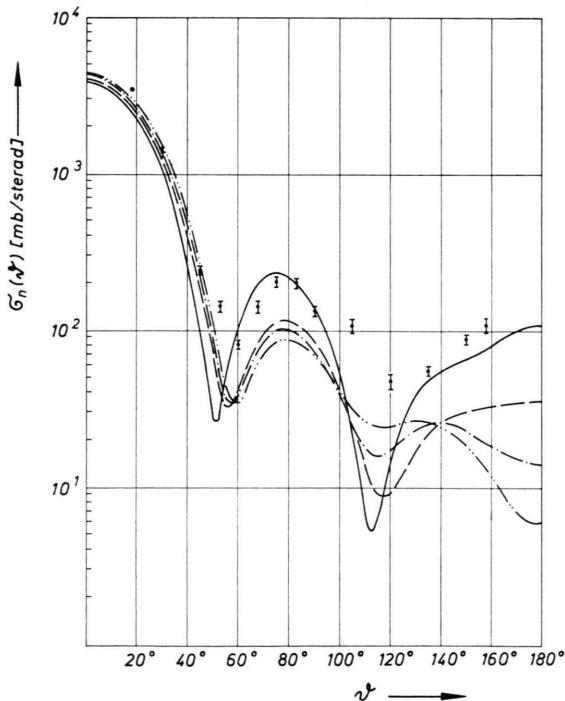


Abb. 1. Potentialelastische Streuquerschnitte als Funktion des Deformationsparameters ermittelt aus System (3.7). $E = 2,5 \text{ MeV}$; — $\beta = 0$, - - $\beta = 0,2$, - · - $\beta = 0,25$, - · - · - $\beta = 0,28$.

anderen Energien denselben β -Wert benutzen zu können.

In Abb. 1 haben wir die Querschnitte der potentiellelastischen Streuung für verschiedene β -Werte aufgetragen. Die Querschnitte wurden aus (3.7) errechnet. Aus dieser Abbildung sind bereits die entscheidenden Effekte zu entnehmen, die durch ein deformiertes optisches Kernpotential bewirkt werden. Die Vorwärtsrichtung der Wirkungsquerschnitte wird gegenüber dem Fall $\beta = 0$ besser erfaßt. Die Beugungsminima werden verringert, das erste Minimum wird mit wachsender Deformation β zu größeren Winkeln verschoben. Das zweite Maximum und Minimum im theoretischen Wirkungsquerschnitt bleibt hingegen bei nahezu denselben Streuwinkeln wie für den Fall $\beta = 0$. Das zweite Maximum wird heruntergedrückt, was zur Beschreibung der experimentellen Wirkungsquerschnitte besonders günstig ist, da wie bereits erwähnt, zum Querschnitt der potentiellelastischen Streuung noch die inelastische Direktstreuung hinzugefügt werden muß. Vergleichen wir die verschiedenen theoretischen Querschnitte in Abb. 1 mit den experimentellen Daten, so scheint $\beta = 0,25$ bei unseren Potentialparametern geeignet.

Eine endgültige Entscheidung für die Wahl von β wäre erst dann zu treffen, wenn wir mit Querschnitten für inelastische Direktprozesse vergleichen könnten. Es scheint jedoch wenig Hoffnung zu bestehen, jemals solche Querschnitte für Neutronen zu messen. BUCK⁷ hat Rechnungen mit Protonenexperimenten verglichen und findet β -Werte, die unseren etwa entsprechen. Allerdings benutzt dieser Autor andere Potentialparameter und führt seine Rechnungen für leichtere Kerne durch. DUNFORD, REYNOLD und FENECH⁹ finden ebenfalls $\beta = 0,25$. Auch hier muß man jedoch beachten, daß andere Modellparameter verwendet werden, so daß ein unmittelbarer Vergleich mit unseren Rechnungen nicht möglich ist.

Für unser nichtlokales gekoppeltes System (3.21) haben wir nur wenige Variationen von β durchführen können. Wir werden ebenfalls $\beta = 0,25$ benutzen.

4.3. Ergebnisse der Wirkungsquerschnitte

Die Integration der Systeme der gekoppelten Schrödinger-Gleichungen und die Berechnung der zugehörigen Wirkungsquerschnitte wurden von uns auf dem Elektronenrechner TR 4 der Universität

Stuttgart durchgeführt (BÜHLER¹⁶). Die theoretischen Wirkungsquerschnitte werden mit Experimenten verglichen, die wir aus BNL 400 (1962), UCRL-5573 (1961) und der Arbeit von ANIKIN u. Mitarb.¹⁸ entnommen haben. Den Streuquerschnitt aus der Superposition des potential elastischen Querschnitts $\sigma_n(\vartheta)$ und des inelastischen Querschnitts zum 2^+ -Niveau $\sigma_n^{2+}(\vartheta)$, wollen wir mit $\sigma(\vartheta)$ bezeichnen.

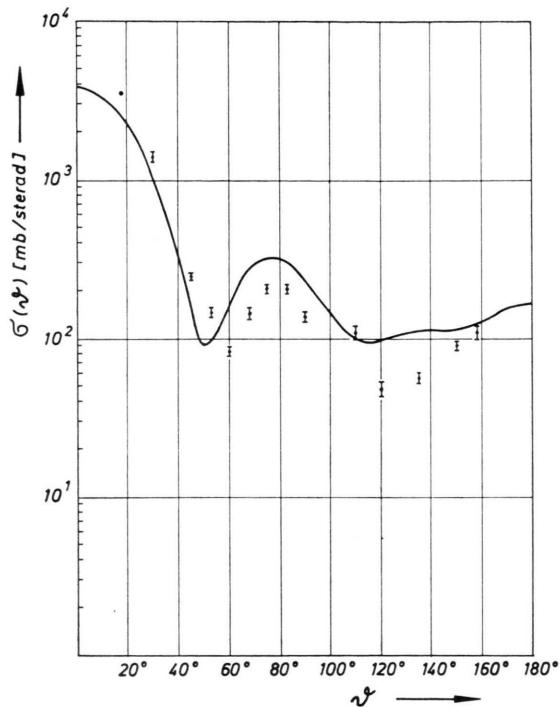


Abb. 2. Streuquerschnitt nach der DWBA-Methode
 $E = 2,5 \text{ MeV}$, $\beta = 0,25$.

Abb. 2 zeigt den Vergleich des theoretischen Streuquerschnitts nach der DWBA-Methode mit dem Experiment. In Abb. 3 ist der Streuquerschnitt, ermittelt aus dem System (3.7) für zwei Deformationsparameter, gezeichnet. Abb. 4 stellt die Querschnitte $\sigma(\vartheta)$ für eine Einschussenergie von 2,5 MeV dar, wie sie sich aus der Integration des Systems (3.21) ergeben. Wir entnehmen Abb. 3 und 4, daß die experimentellen Querschnitte wesentlich besser wiedergegeben werden als nach der DWBA-Methode.

¹⁸ G. V. ANIKIN, Y. A. ALEXANDROV u. A. S. SOLDATOV, Small Angle Elastic Scattering of Fast Neutrons. Proc. of the Intern. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerpen 1965. North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1966.

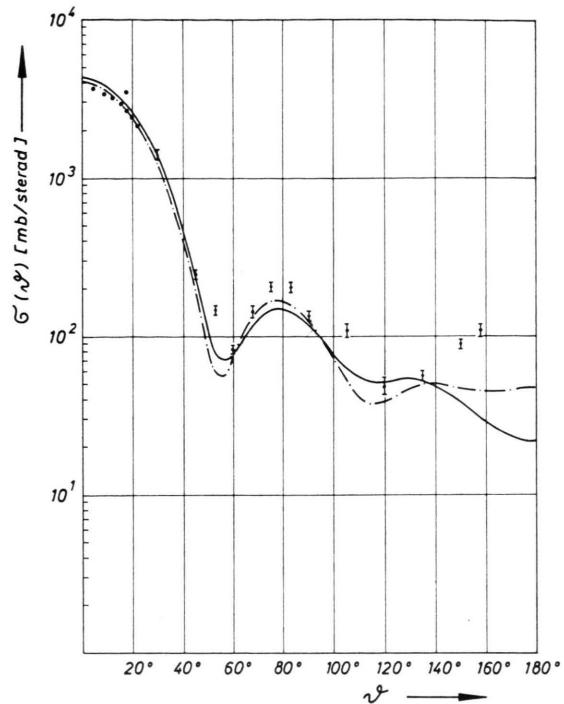


Abb. 3. Streuquerschnitt nach der Methode gekoppelter Reaktionskanäle [System (3.7)].
 $E = 2,5 \text{ MeV}$, — · — $\beta = 0,2$, — $\beta = 0,25$.

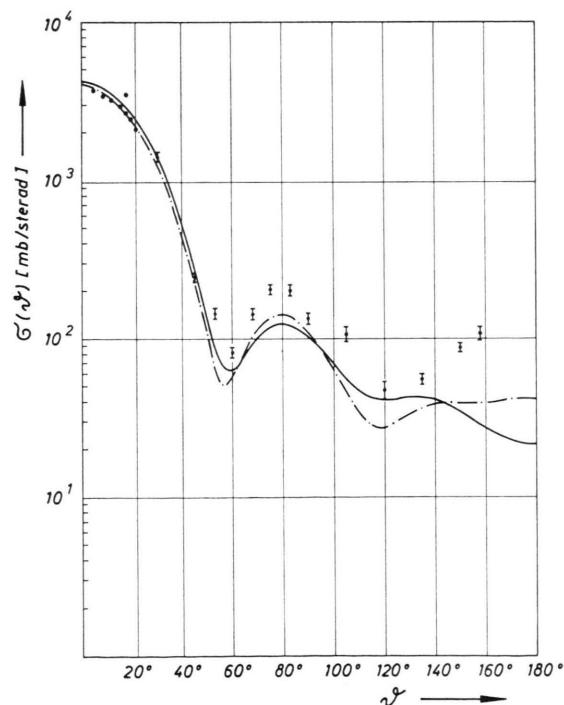


Abb. 4. Streuquerschnitt nach der Methode gekoppelter Reaktionskanäle in effektiver Massennäherung.
 $E = 2,5 \text{ MeV}$, — · — $\beta = 0,2$; — $\beta = 0,25$.

In Abb. 5 haben wir den integralen inelastischen Streuquerschnitt zum 2^+ -Niveau als Funktion des Deformationsparameters für die verschiedenen Methoden aufgetragen. Wie zu erwarten war, verläuft der DWBA-Querschnitt $\sim \beta^2$. Der Querschnitt aus der effektiven Massennäherung liegt unterhalb des Querschnitts, der aus (3.7) folgt.

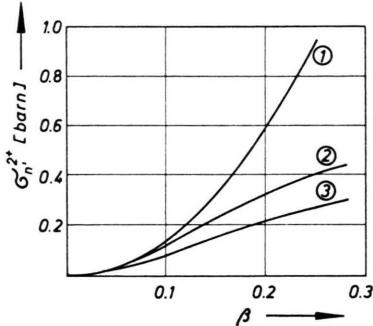


Abb. 5. Inelastische Streuquerschnitte zum 2^+ -Niveau als Funktion des Deformationsparameters β . $E = 2,5$ MeV; Kurve (1): DWBA-Methode; Kurve (2): System (3.7); Kurve (3): Effektive Massennäherung.

In Abb. 6 haben wir die differentiellen inelastischen Querschnitte für verschiedene Kopplungsarten dargestellt. Die Kopplung des Grundzustands mit dem ersten und zweiten Anregungszustand des g-g-Kerns wurde im System (3.7) durchgeführt. Wir entnehmen Abb. 6 die unterschiedlichen Querschnitte, die aus den Systemen (3.7) und (3.21) folgen. Hingegen zeigt Abb. 7, daß sich die potentiellelastischen Querschnitte, die aus der effektiven Massennäherung und dem lokalen System (3.7) folgen, nur unwesentlich unterscheiden. Auch die Kopplung mit dem 4^+ -Niveau verändert den

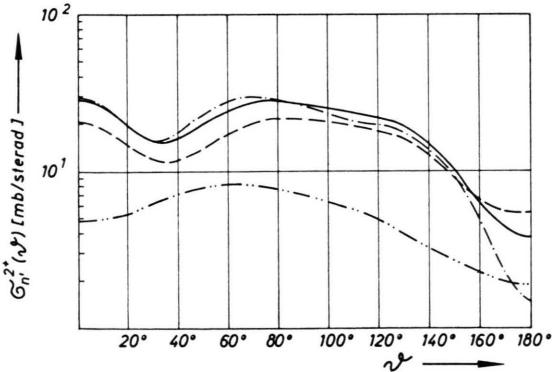


Abb. 6. Inelastische Streuquerschnitte zum 2^+ - und 4^+ -Niveau. $E = 2,5$ MeV; — $\beta = 0,25$ für System (3.21); - - $\beta = 0,25$ für System (3.7); - - - $\sigma_{ni}^{(2+)}(\vartheta)$, - · - $\sigma_{ni}^{(4+)}(\vartheta)$ gekoppelt mit 4^+ -Niveau im System (3.7), $\beta = 0,25$.

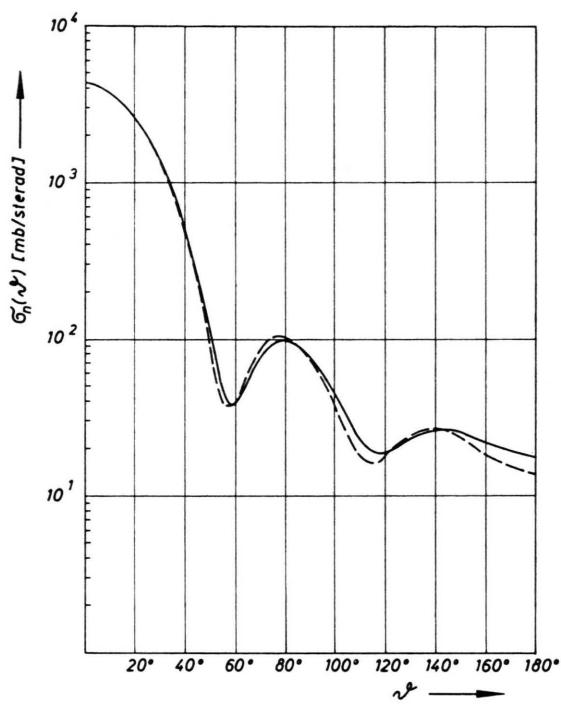


Abb. 7. Potentiellelastische Streuquerschnitte. $E = 2,5$ MeV; $\beta = 0,25$; — aus System (3.21); - - aus System (3.7).

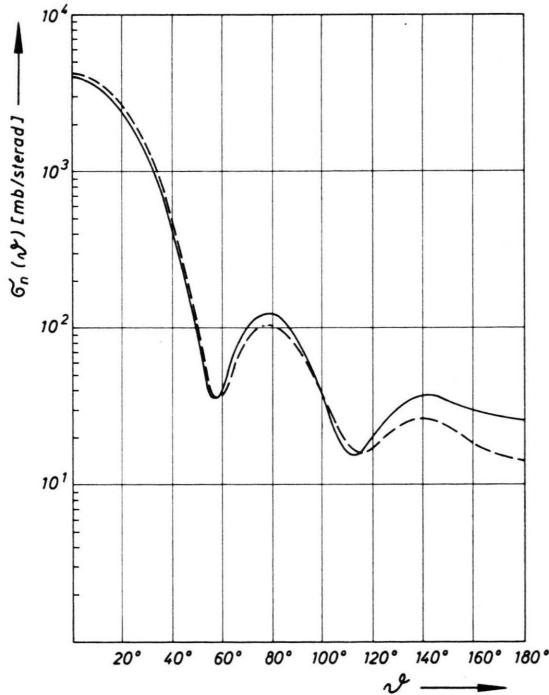


Abb. 8. Potentiellelastische Streuquerschnitte ermittelt aus System (3.7). $E = 2,5$ MeV; $\beta = 0,25$; — mit 4^+ -Niveau gekoppelt, - - nur mit 2^+ -Niveau gekoppelt.

potentialelastischen Querschnitt nicht wesentlich (Abb. 8).

Den Einfluß des 6+-Niveaus auf die Querschnitte haben wir für den Fall ohne Spin-Bahn-Kopplung untersucht.

Hierzu wurden zwei Fälle untersucht:

1. Zunächst haben wir die Rotationszustände 0+, 2+ und 4+ verkoppelt. Hieraus resultieren die Querschnitte:

$$\sigma_n = 3,339 b, \quad \sigma_n^{2+} = 0,290 b, \quad \sigma_n^{4+} = 0,099 b.$$

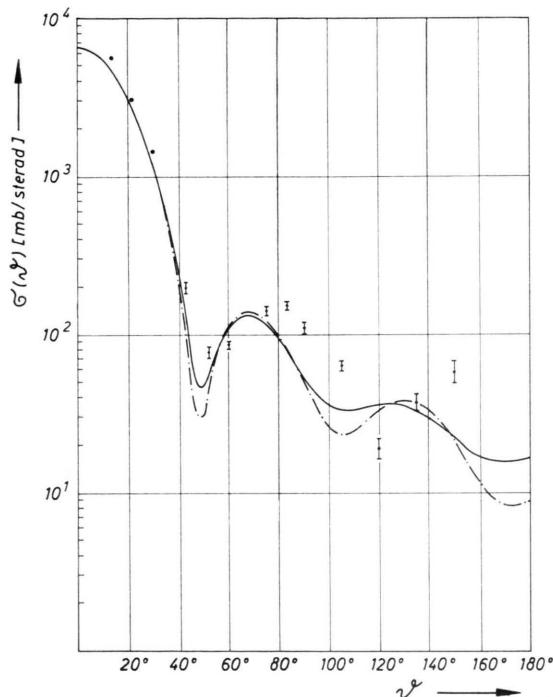


Abb. 9. Streuquerschnitt nach der Methode gekoppelter Reaktionskanäle in effektiver Massennäherung.
 $E = 4,1$ MeV, $\cdots \cdots \beta = 0,2$; $\text{---} \beta = 0,25$.

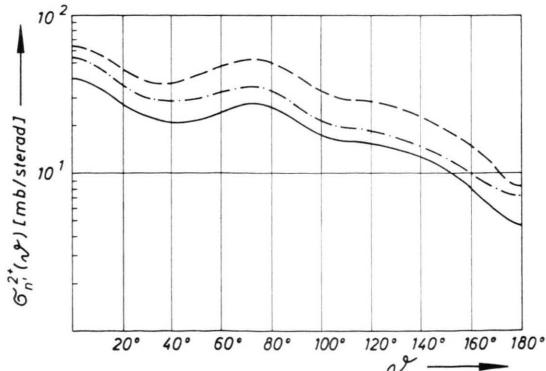


Abb. 10. Inelastische Streuquerschnitte zum 2+-Niveau.
 $E = 4,1$ MeV; $\text{---} \beta = 0,2$ aus System (3.21); $\cdots \cdots \beta = 0,25$ aus System (3.7).

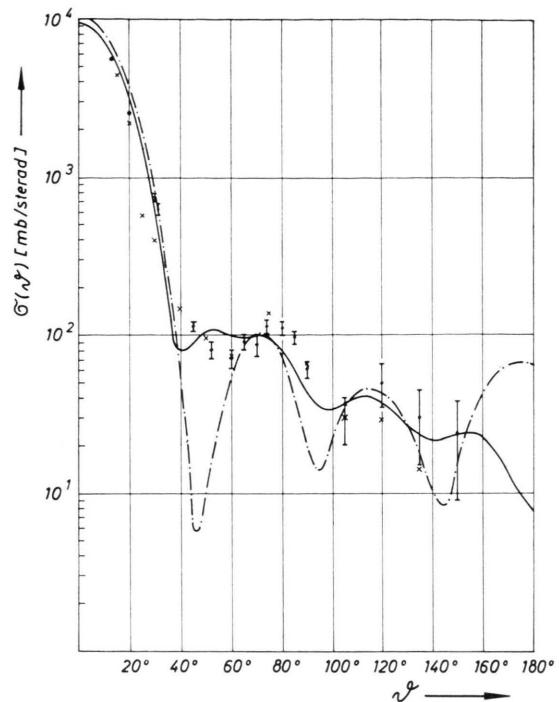


Abb. 11. Streuquerschnitt, errechnet aus System (3.7).
 $E = 7,0$ MeV; $\cdots \cdots \beta = 0$, $\text{---} \beta = 0,25$.

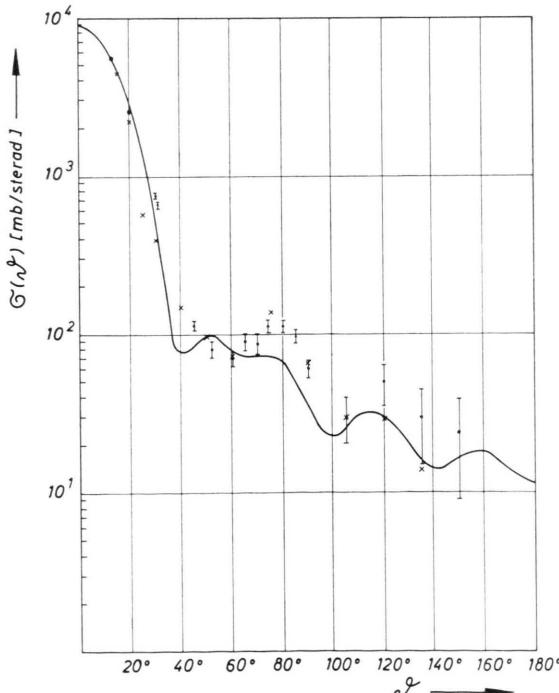


Abb. 12. Streuquerschnitt nach der Methode gekoppelter Kanäle in effektiver Massennäherung. $E = 7,0$ MeV,
 $\beta = 0,25$.

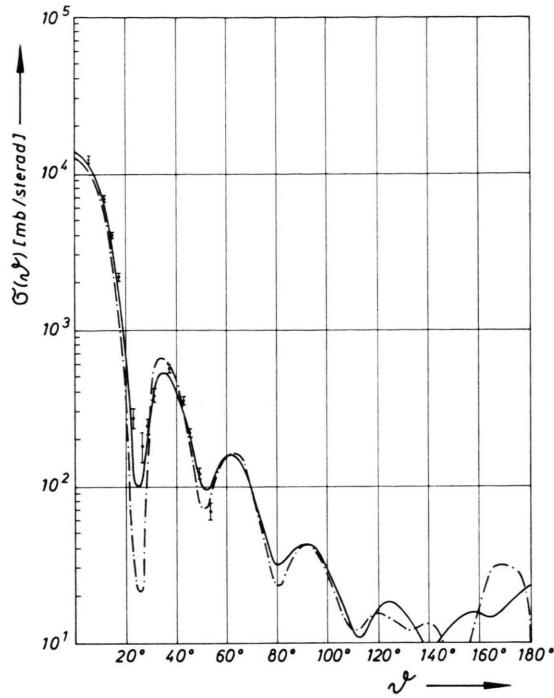


Abb. 13. Streuquerschnitt ermittelt aus System (3.7). $E = 14,1 \text{ MeV}$. — $\beta = 0,25$; -·- $\beta = 0$.

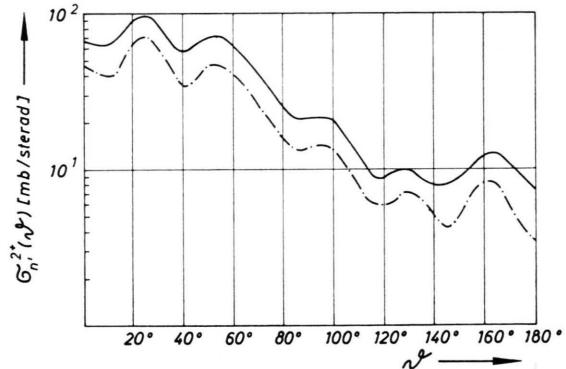


Abb. 15. Inelastische Streuquerschnitte zum 2^+ -Niveau. $E = 14,1 \text{ MeV}$; -·- $\beta = 0,25$ aus System (3.21); — $\beta = 0,25$ aus System (3.7).

2. In diesem Fall wurden 0^+ , 2^+ , 4^+ und 6^+ über eine Quadrupolkopplung verknüpft und es folgten die integralen Querschnitte:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= 3,284 \text{ b}, & \sigma_n^{4+} &= 0,071 \text{ b}, \\ \sigma_n^{2+} &= 0,260 \text{ b}, & \sigma_n^{6+} &= 0,003 \text{ b}.\end{aligned}$$

Aus diesen beiden Fällen können wir schließen, daß durch die Zukopplung des 6^+ -Zustandes die integralen Querschnitte nicht wesentlich verändert werden. An Hand dieser Rechnungen wird man auch erwarten können, daß noch höher liegende Rotationsniveaus keinen Einfluß mehr auf den elastischen Streuquerschnitt und den inelastischen Querschnitt zum 2^+ -Niveau nehmen werden.

Abb. 9 zeigt den Streuquerschnitt für eine Einschubenergie von $E = 4,1 \text{ MeV}$, ermittelt aus (3.21).

In Abb. 10 sind die inelastischen Querschnitte zum 2^+ -Niveau nach den verschiedenen Methoden für $E = 4,1 \text{ MeV}$ aufgezeichnet.

Abb. 11 und 12 zeigen Streuquerschnitte für $E = 7,0 \text{ MeV}$. In den Abb. 13, 14 und 15 sind die Streuquerschnitte für $E = 14,1 \text{ MeV}$ über dem Streuwinkel aufgetragen. Wir entnehmen der Abb. 13 und 14, daß auch hier das deformierte optische Kermpotential die experimentellen Wirkungsquerschnitte wesentlich besser wiedergibt als das entsprechende kugelsymmetrische optische Potential.

Herrn Prof. Dr. K. H. HöCKER danke ich für die freundliche Betreuung und wohlwollende Förderung während der Anfertigung der Arbeit.

Herrn Dr. H. J. SIEGERT und seiner Rechengruppe gilt mein Dank für wertvolle Hilfe in vielen numerischen und programmiertechnischen Fragen.

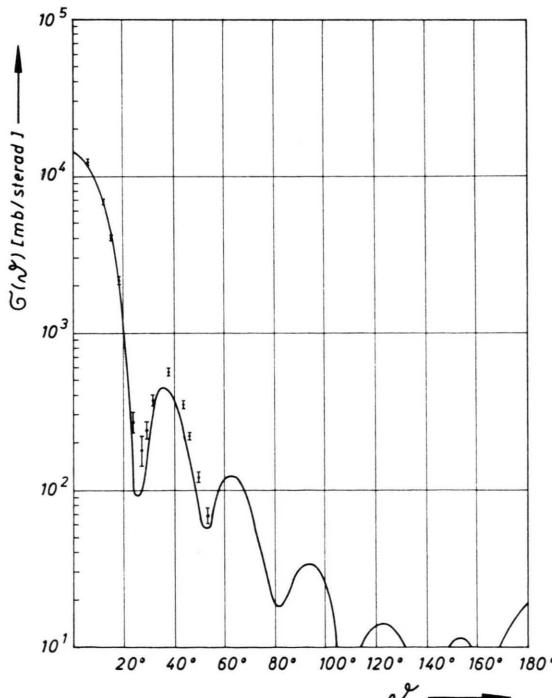


Abb. 14. Streuquerschnitt nach der Methode gekoppelter Kanäle in effektiver Massennäherung. $E = 14,1 \text{ MeV}$, $\beta = 0,25$.